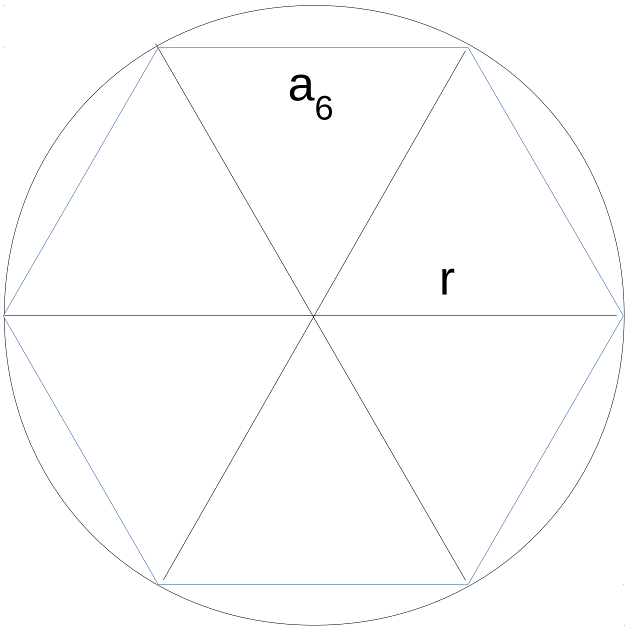
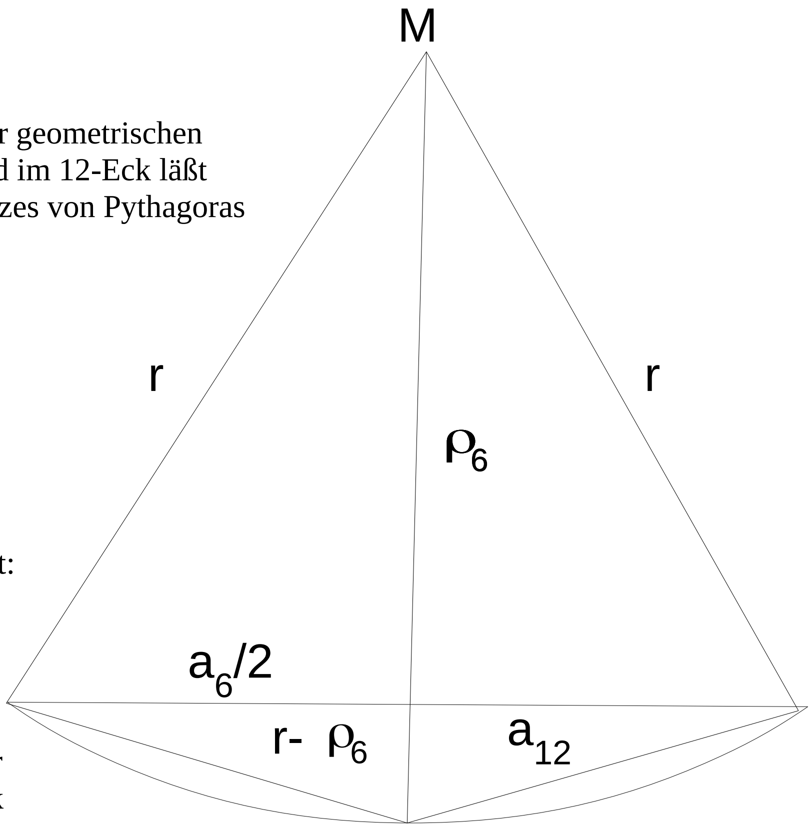
## Wie könnte Archimedes bei der Berechnung von Pi vorgegangen sein?

Trägt man von der Peripherie eines Kreises mit dem Radius r von irgendeinem Punkt aus sechsmal nacheinander die Sehne der Länge r ab, so erhält man die sechs Eckpunkte des regelmäßigen Sechsecks.

$a_6 = r$




Nebenstehende Skizze der geometrischen Verhältnisse im 6-Eck und im 12-Eck läßt unter Anwendung des Satzes von Pythagoras folgenden Schluß zu:

$$a_{12}=\sqrt{2r(r-\rho 6)}$$

$$\rho_6=\sqrt{r^2-\left(\frac{a_6}{2}\right)^2}$$

Einsetzen von $\rho_6$ ergibt:

$$a_{12}=r\sqrt{(2-\sqrt{3})}$$

Wendet man die gleichen Überlegungen in analoger Weise auf 12- und 24-Eck an, ergibt sich für $a_{24}$ :

$$a_{24}=r\sqrt{(2-\sqrt{(2+\sqrt{3})})}$$

Für das 48-Eck liefert die gleiche Prozedur:

$$a_{48}=r\sqrt{(2-\sqrt{(2+\sqrt{(2+\sqrt{3})})})}$$

Um das allgemeine Bildungsgesetz mit Sicherheit ablesen zu können berechnen wir noch $a_{96}$ :

$$a_{96}=r\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}$$

Man kann aus den bisherigen Folgengliedern ablesen, daß das nächste Glied dadurch entsteht, daß man schreibt:

$x=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}$ und dann mit $r\sqrt{2-x}$ kombiniert:

$$a_{192}=r\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}}$$

Mit den Formeln für den Kreisdurchmesser $D=2r$ , dem Radius r=1/2 und $U=\pi$ müßte die Folge der Umfänge des regelmäßigen Vielecks $U_{2n}=2n\,a_{2n}$ gegen Pi konvergieren.